

Prodromi di Prolog

Sistemi intelligenti distribuiti LS

2004/2005

Prof. Andrea Omicini

1 – Cos'è la logica?

- *(Senza voler essere formali nella definizione)*
- *È la scienza che studia i meccanismi del ragionamento umano, o razionale*
 - *senza voler indagare sulla coincidenza dei due termini...*
- *È una scienza che da sempre cerca di coniugare la ricchezza del pensiero e delle idee con la precisione dei sistemi formali*
 - *non a caso la sua storia intreccia filosofi e matematici*
- *Libro interessante*
 - *Piergiorgio Odifreddi. Le menzogne di Ulisse. L'avventura della logica da Parmenide ad Amartya Sen. Longanesi, 2004*

2 – Perché ci interessa la logica?

- *Alcune motivazioni classiche*
 - *capire e riprodurre il ragionamento umano*
 - *verificare la correttezza di un ragionamento*
 - *“meccanizzare” il processo razionale*
 - *nel senso di delegarlo alle macchine*
 - *più varie ragioni metafisiche che non citiamo*
- *Ovviamente, a noi interessa soprattutto per la terza ragione*
 - *anche se le nostre macchine sono “meccaniche” in senso lato*

3 – Quale parte della logica ci interessa?

- *(Logica proposizionale)*
 - *per introdurre con ordine le cose che ci servono*
- *Logica del prim'ordine*
 - *FOL (First-Order Logic)*
 - *è il nostro fuoco principale*
- *(In minima parte, la logica del second'ordine)*
- *E comunque, ci servono solo alcune conoscenze ben selezionate che citeremo esplicitamente*

4 – Cosa ci serve della logica proposizionale?

- *Il concetto di proposizione*
 - *es., p è una proposizione*
- *Il concetto di interpretazione*
 - *p può rappresentare il fatto che fuori piove, o che il prof. è presente*
 - *l'interpretazione assegna un valore di verità alla proposizione in un dato “mondo”*
- *I connettivi logici, con le loro tabelle di verità*
 - $\wedge \vee \neg \Rightarrow$ (e derivati)
- *Le formule logiche*
 - *ottenute combinando proposizioni con i connettivi, es. $p \wedge q \Rightarrow r$*
- *La valutazione di una formula via tabelle di verità*
 - *che dicono se una formula è vera o falsa secondo una data interpretazione in un dato mondo*

5 – Cosa dobbiamo sapere della FOL?

- a. Il dominio del discorso si rappresenta in maniera più articolata*
 - *le proposizioni sono espresse tramite predicati, costanti, variabili, funzioni*
 - *essendoci le variabili, oltre ai connettivi logici ci sono i quantificatori*
- b. L'interpretazione è più articolata*
 - *pre-interpretazione*
- c. Il concetto di teoria logica e di conseguenza logica*
 - $D \models G$

5a – Il dominio del discorso in FOL (I)

- *costanti, funzioni, termini ground*
 - *se a è una costante, f una funzione di arità 1, allora $f(a)$ è un termine ground*
 - *Universo di Herbrand: insieme di tutti i termini ground*
 - *rappresenta l'insieme di tutte le entità di cui si può parlare*
- *variabili, termini*
 - *rappresentano un termine non noto a priori*
 - *una funzione applicata a costanti, variabili e funzioni è un termine*
 - *un termine che non contiene variabili è ground*

5a – Il dominio del discorso in FOL (II)

- *predicati*
 - *un predicato del prim'ordine si applica a termini, e produce atomi (formule atomiche)*
 - *atomi ground*
 - *Base di Herbrand: insieme di tutti le formule atomiche esprimibili*
 - *rappresenta l'insieme delle “verità” possibili*
- *ai predicati che predicano su termini che contengono variabili si applicano i quantificatori*
 - $\forall X p(X,a)$
 - $\exists Y q(b,c,Y)$
- *rispetto alla logica proposizionali, FOL è più espressiva*
 - *e ovviamente ha meno proprietà...*

5b – L'interpretazione è più articolata

- *I simboli non sono interpretati in sè*
 - *se padre/1 è una funzione, non è detto che il suo significato sia la funzione che noi saremmo portati automaticamente ad assegnarle*
 - *quindi neppure 1 è il numero 1, a priori...*
- *Due “fasi” concettuali*
 - *pre-interpretazione*
 - *interpretazione degli enti del dominio del discorso*
 - *costanti, funzioni, termini ground: mapping sull'universo di Herbrand*
 - *interpretazione*
 - *interpretazione delle relazioni tra enti*
 - *predicati, termini: valori di verità per la Base di Herbrand*

5c – Teoria logica e conseguenza logica

- *Il valore di verità di una formula atomica A dipende dalla interpretazione*
 - *la verità di una formula non atomica F dipende dalla interpretazione e dalle tabelle di verità dei connettivi*
 - *un'interpretazione che rende vera F è un modello per F*
 - *una teoria che non ammette modelli è insoddisfacibile*
- $D \models G$
 - *D sia l'insieme delle formule considerate vere (o assiomi)*
 - *G la formula di cui dobbiamo stabilire il valore di verità*
 - *G deriva logicamente da D se G risulta vera secondo tutte le possibili interpretazioni che rendono vera D*
 - *nozione model-theoretic*

6 – Quale relazione tra logica e calcolo?

- *FOL semi-decidibile (Mendelsson 1972)*
 - *Se $D \models G$, allora esiste un procedimento meccanico finito di derivazione ($D \vdash G$, G è derivabile da G)*
 - *Se $D \not\models G$, allora tale procedimento non è detto che esista*
- *Esiste un frammento significativo della logica del prim'ordine che è computabile in senso lato*
 - *ossia, per una parte limitata ma ampia della FOL, dati gli assiomi, è possibile calcolare se una formula è vera o falsa*
- *Principio di Robinson*
 - *Se limitiamo la FOL alle clausole, allora esiste un procedimento di dimostrazione automatica dei teoremi*
 - *Correttezza e completezza: $D \models G \Leftrightarrow D \vdash G$*

6a – Cosa sono le clausole?

- *Letterali*: $A, \neg A$

- *Clausola*: *disgiunzione di letterali*

$$\forall X_1, \dots, \forall X_k (A_1 \vee \dots \vee A_n \vee \neg B_1 \vee \dots \vee \neg B_m)$$

$$\neg(F \wedge F') = \neg F \vee \neg F'$$

$$\forall X_1, \dots, \forall X_k (A_1 \vee \dots \vee A_n \vee \neg(B_1 \wedge \dots \wedge B_m))$$

$$F \leftarrow F' = F \vee \neg F'$$

$$\forall X_1, \dots, \forall X_k ((A_1 \vee \dots \vee A_n) \leftarrow (B_1 \wedge \dots \wedge B_m))$$

- $A_1, \dots, A_n \leftarrow B_1, \dots, B_m$

- *Clausola definita* ($n = 1$): $A \leftarrow B_1, \dots, B_m$

- *Clausola unitaria* ($m = 0$): $A \leftarrow$

6b – Cos'è l'unificazione?

- *Una sostituzione è un insieme di assegnamenti di termini a simboli di variabili*
 - *una sostituzione σ si applica a un termine t ($t\sigma$) o a un atomo A ($A\sigma$) sostituendo a ogni variabile in t o A il corrispondente termine in σ*
 - *un renaming è una sostituzione che cambia i nomi delle variabili*
 - *(sostituzioni) σ è più generale di θ se esiste una λ per cui $\theta = \sigma\lambda$*
- *Due (o più) termini o atomi sono unificabili se esiste una sostituzione che applicata ad essi li rende uguali*
 - *tale sostituzione si chiama sostituzione unificatrice*
- *Il most general unifier (mgu) tra due termini è la sostituzione unificatrice più generale*

6c – Cosa è il Principio di Robinson? [Risoluzione per clausole generali]

- *Clausole genitrici*
 - $C1 = A1 \vee \dots \vee An$
 - $C2 = B1 \vee \dots \vee Bm$
- *Se $Ai = \sim p(t1, \dots, tk)$, $Bj = p(t1', \dots, tk')$,*
- *oppure $Ai = p(t1, \dots, tk)$, $Bj = \sim p(t1', \dots, tk')$*
- *e $\vartheta = mgu(p(t1, \dots, tk), p(t1', \dots, tk'))$*
- *allora possiamo derivare da C1 e C2 la clausola (risolvente)*
- $C3 = [$
- $A1 \vee \dots \vee Ai-1 \vee Ai+1 \vee \dots \vee An \vee$
- $B1 \vee \dots \vee Bj-1 \vee Bj+1 \vee \dots \vee Bm] \vartheta$

6d – Qual è il rapporto tra conseguenza logica e derivazione? (I)

- *Se l'insieme di clausole $H \cup \{\sim F\}$ è insoddisfacibile, mentre H è soddisfacibile, allora F segue logicamente da H*
- *Se da un insieme di clausole posso derivare la contraddizione logica, esso è insoddisfacibile*
- *Se, applicando la risoluzione, arrivo al risolvente vuoto, questo rappresenta la contraddizione logica ($\diamond$): da*
 - $C1 = \sim p(t1, \dots, tk), C2 = p(t1', \dots, tk'),$ oppure
 - $C1 = p(t1, \dots, tk), C2 = \sim p(t1', \dots, tk'),$ con
 - $\vartheta = mgu(p(t1, \dots, tk), p(t1', \dots, tk')),$ deriviamo

$$C3 = \diamond$$

6d – Qual è il rapporto tra conseguenza logica e derivazione? (II)

- *Intuitivamente*
 - *derivo due atomi in contraddizione tra loro*
 - *derivo la contraddizione logica*
 - *non ci sono modelli per l'insieme di clausole $H \cup \{\sim F\}$*
 - *l'insieme $H \cup \{\sim F\}$ è insoddisfacibile*
 - *F è una conseguenza logica di H*
- *Collegamento tra derivazione*
 - *processo sintattico e automatizzabile*
- *e valore di verità*
 - *elemento di carattere semantico*
-

6e – Cosa ci dice il Principio di Robinson?

- *Ci dice che*
 - *limitandosi alle clausole generali*
- *esiste un metodo per la derivazione automatica di teoremi*
 - *arrivo a risultati semanticamente corretti con metodi sintattici e automatizzabili*
- *Quanto è riduttiva questa limitazione?*
 - *esiste un procedimento per ridurre ogni formula FOL alla forma clausale, quindi non limita granché...*
- *Cosa manca per arrivare a un linguaggio di programmazione logica?*
 - *un meccanismo implementabile efficientemente*
 - *una visione del rapporto tra dimostrazione e computazione*

7 – Qual è il meccanismo che ci serve?

- *Risoluzione Lineare per Clausole Definite con funzione di Selezione (Risoluzione SLD)*
 - *NOTA: completa strettamente per Clausole di Horn, usiamo quelle*
- *Sono dati una teoria logica P e una clausola goal G_0*
 - *ad ogni passo di risoluzione, dalla clausola goal ottenuta al passo precedente G_i (risolvente) e da una variante di una clausola appartenente a P si ricava, se possibile, un nuovo risolvente G_{i+1}*
 - *selezionando un atomo A_m dal risolvente G_i*
 - *trovando almeno una clausola C_i in P la cui testa A unifichi con A_m*
 - *determinando la sostituzione più generale $\theta_i = mgu(A, A_m)$*
 - *ottengo G_{i+1} sostituendo A_m in G_i con $B\theta_i$, ove B è il corpo di C_i*
 - *se G_{i+1} è vuoto, derivazione di successo: $P \vdash G_0$, da cui $P \models G_0$*

7a – La risoluzione SLD è implementabile?

- *Corretta e completa per Clausole di Horn*
- *Due cose non abbiamo detto*
 - *come si seleziona l'atomo del risolvente, se ce ne sono più d'uno*
 - *regola di calcolo*
 - *come si sceglie la clausola unificante, se ce ne sono più d'una*
 - *strategia di ricerca*
- *Sono due fonti di non determinismo*
 - *e due possibili strade per linguaggi di programmazione logica*
- *Proprietà (Indipendenza dalla regola di calcolo)*
 - *Dato l'insieme di clausole P , l'insieme dei goal G_0 per cui $P \vdash G_0$ non dipende dalla regola di calcolo utilizzata dalla risoluzione SLD*

7b – Cos'è un albero SLD?

- *Rappresentazione grafica ad albero della risoluzione SLD*
 - *ogni nodo è un goal (risolvente)*
 - *la radice è il goal iniziale G_0*
 - *ogni nodo ha un figlio per ogni clausola la cui testa unifica con A_m*
 - *A_m è l'atomo selezionato dalla regola di calcolo applicata al nodo*
- *Una strategia di ricerca corrisponde dunque a un modo di costruire / esplorare l'albero SLD*
 - *visite: in profondità, in ampiezza, ...*

8 – Cosa manca per arrivare alla PL?

- *Avere una procedura di calcolo non significa avere un linguaggio di programmazione*
 - *sicuramente non un linguaggio di programmazione general-purpose*
- *Interpretazione dichiarativa*
 - *calcolo come dimostrazione di teoremi*
 - *gli assiomi più la procedura di calcolo mi consentono di calcolare la verità di teoremi, e la sostituzione che li rende veri*
 - *non ci basta...*
- *Interpretazione procedurale (Kowalski 1974)*
 - *ci consente di leggere direttamente un insieme di clausole come un programma tradizionale*

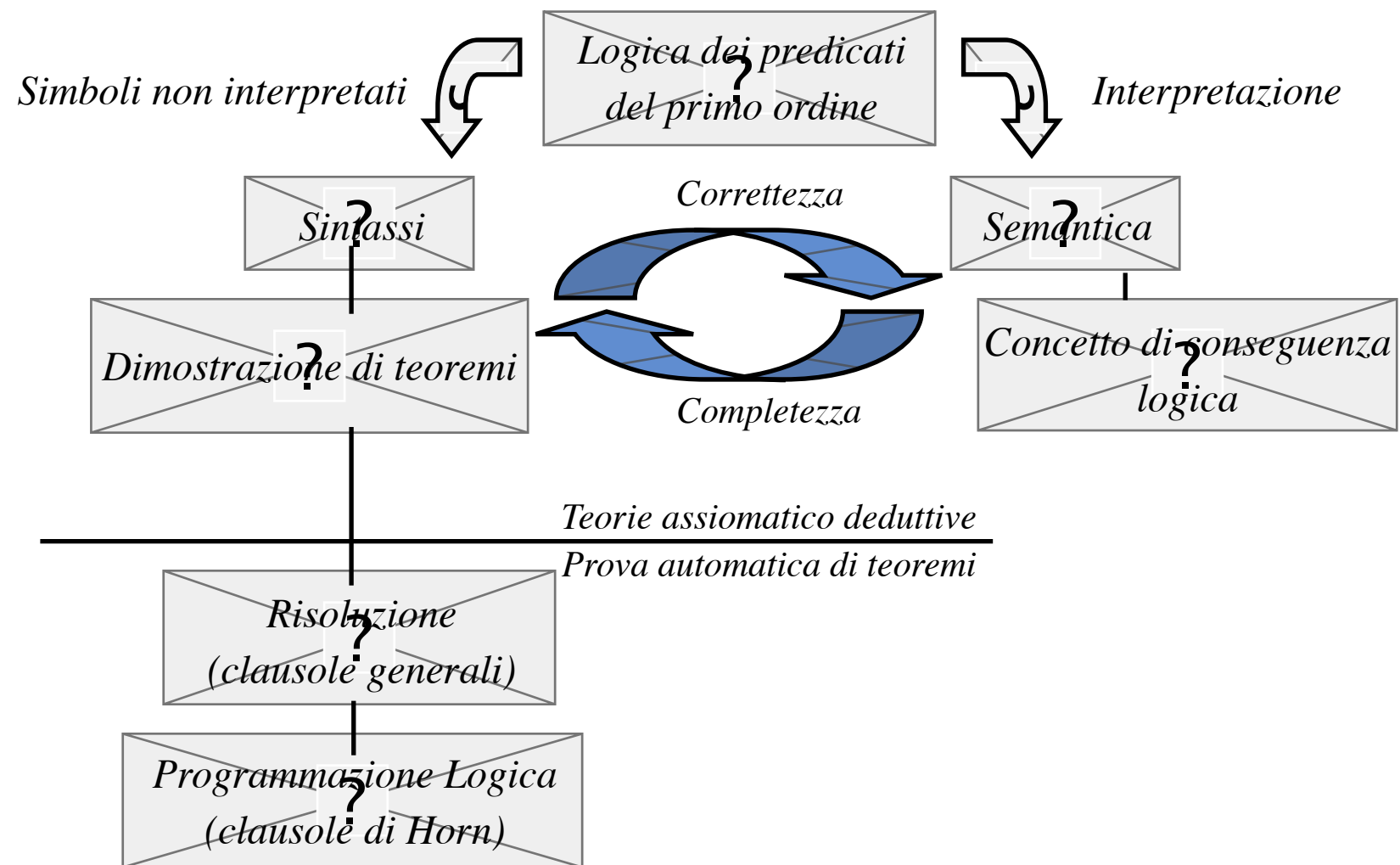
8a – Cos'è la interpretazione procedurale?

- *Si può interpretare*
 - *un insieme di clausole come un insieme di definizioni di procedure*
 - *la testa di una clausola come la dichiarazione di una procedura*
 - *il predicato della testa di una clausola come il nome della procedura*
 - *il corpo di una clausola come il corpo di una procedura*
 - *l'insieme di tutte le clausole con lo stesso predicato nella testa come la definizione di una procedura non deterministica*
 - *una clausola vuota è la terminazione con successo*
 - *un goal come una chiamata di procedura*
 - *i termini nella testa della clausola come parametri formali*
 - *i termini nei goal come parametri attuali*
 - *la sostituzione calcolata come il risultato dell'invocazione del goal*

8b – Cos'è la programmazione logica?

- *È il paradigma di programmazione che*
 - *adotta le clausole di Horn come forma di programma*
 - *utilizza la derivazione di teoremi tramite risoluzione SLD come forma di calcolo*
 - *consente sia l'interpretazione dichiarativa sia quella procedurale dei suoi programmi e dei suoi processi di calcolo*
- *Un linguaggio logico è quindi un linguaggio di programmazione fondato sul paradigma della programmazione logica*

X – Schema riassuntivo



9 – Che fa il Prolog?

- *Il linguaggio Prolog utilizza la risoluzione SLD con le seguenti scelte*
 - *regola di calcolo*
 - *regola left-most*
 - *dato un risolvente $\leftarrow G1, G2, \dots, Gn$*
 - *viene sempre selezionato il letterale più a sinistra $G1$*
 - *strategia di ricerca*
 - *in profondità (depth-first) con backtracking cronologico*
 - *seguendo l'ordine testuale delle clausole che li hanno generati*
 - *che quindi non è insieme di clausole...*
- *La strategia di ricerca adottata in Prolog è non completa*

9a – Più precisamente...

- *Dato un letterale $G1$ da risolvere, viene selezionata la prima clausola (secondo l'ordine delle clausole nel programma P) la cui testa è unificabile con $G1$*
- *Nel caso vi siano più clausole la cui testa è unificabile con $G1$, la risoluzione di $G1$ viene considerata come un punto di scelta (choice point) nella dimostrazione*
- *In caso di fallimento in un passo di dimostrazione, Prolog ritorna in backtracking all'ultimo punto di scelta in senso cronologico (il più recente), e seleziona la clausola successiva utilizzabile in quel punto per la dimostrazione*

9b – Quali simboli in Prolog?

- *Variabili come stringhe alfanumeriche con iniziale lettera maiuscola o underscore*
 - *underscore da solo variabile anonima*
- *Funzioni, costanti e predicati come stringhe alfanumeriche con iniziale lettera minuscola*
 - *mamma(francesca, giuseppe) è un termine o un atomo?*
 - *mamma simbolo di funzione o di predicato?*
 - *problema o vantaggio?*
 - *meta-interpreti: programmi come dati*
- *Clausole*
 - *A :- B1, B2, ..., Bn.*
 -

9c – Cos'è un programma Prolog?

- *Una sequenza di clausole di Horn scritte con la sintassi Prolog*
- *Interpretazione dichiarativa di un programma Prolog*
 - *le clausole definiscono la logica del programma*
 - *il Prolog incorpora il meccanismo di controllo*
 - *il programmatore Prolog specifica la logica della soluzione, non l'algoritmo completo: il cosa, non il come*
- *Interpretazione procedurale di un programma Prolog*
 - *un programma Prolog può anche essere costruito secondo una logica classica*
 - *con in più l'unificazione, la reversibilità dei parametri, il backtracking e il non-determinismo*